

BAREM PROBA 1 (PROBĂ SCRISĂ)

Eventualele contestații privind baremul de corectare se vor transmite la adresa matematica@uaic.ro sau se vor depune la Secretariatul facultății până la ora 13:00 a zilei de 7 iulie 2026.

Subiectul 1 (Algebră). Oficiu	1p
(a) $n\mathbb{Z} \leq \mathbb{Z} \Leftrightarrow x - y \in n\mathbb{Z}, \forall x, y \in n\mathbb{Z}$	1p
$x, y \in n\mathbb{Z} \Rightarrow x = nk, y = nt, k, t \in \mathbb{Z}$	0,25p
Justificarea $x - y \in n\mathbb{Z}$	0,75p
(b) f este morfism de grupuri $\Leftrightarrow f(x + y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathbb{Z}$	0,5p
Verificarea egalității $f(x + y) = f(x) + f(y), \forall x, y \in \mathbb{Z}$	1p
(c) $\text{Ker}(f) = \{x \in \mathbb{Z} \mid f(x) = \widehat{0}\}$	0,5p
$\text{Ker}(f) = \{x \in \mathbb{Z} \mid 7 \mid 5x\}$	0,5p
Folosind $(5, 7) = 1$: $\text{Ker}(f) = \{x \in \mathbb{Z} \mid 7 \mid x\} = 7\mathbb{Z}$	0,5p
$\text{Im}(f) = \{f(x) \mid x \in \mathbb{Z}\}$	0,5p
$\text{Im}(f) = \{\widehat{5} \cdot \widehat{x} \mid \widehat{x} \in \mathbb{Z}_7\} = \langle \widehat{5} \rangle$	0,5p
$(5, 7) = 1 \Rightarrow \langle \widehat{5} \rangle = \mathbb{Z}_7 \Rightarrow \text{Im}(f) = \mathbb{Z}_7$	0,5p
(d) $f(1002) = \widehat{5}$	0,5p
$\widehat{5} \cdot \widehat{3} = \widehat{1} \Rightarrow \widehat{5}^{-1} = \widehat{3}$	1p
Justificarea $\min\{k \in \mathbb{N}^* \mid \widehat{5}^k = \widehat{1}\} = 6 \Rightarrow \text{ord}(\widehat{5}) = 6$	1p
Subiectul 2 (Analiză). Oficiu	1p
(a) Se consideră $h(x) = e^x - x - 1, x \in \mathbb{R}$	0,25p
$h'(x) = e^x - 1$ și $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$	0,25+0,25p
$h'(x) < 0, \forall x \in (-\infty, 0)$	0,125p
$h'(x) > 0, \forall x \in (0, \infty)$	0,125p
Monotonia lui h pe $(-\infty, 0)$ și $(0, \infty)$	0,125+0,125p
Din tabelul de variație $\Rightarrow h(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ (deci $e^x \geq x + 1$)	0,25p
(b) Calculul $\int_0^{\pi/2} e^{-x} \cos x \, dx$ (integrare prin părți, de două ori)	1p
(c) Aplicarea unui criteriu pentru convergența seriei	0,5p
Determinarea sumei seriei $\sum_{n=1}^{\infty} n e^{-n}$	1p
(d) (i) $g \in C^1(A)$, unde $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \neq 0\} \Rightarrow g$ diferențiabilă pe A	0,25p
Calculul $\frac{\partial g}{\partial x}(x, y), \frac{\partial g}{\partial y}(x, y), dg(x, y)$	0,75+0,75+0,5p

(ii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} g(x,y) = 0$ și concluzia (g continuă în $(0,0)$) 0,5+0,25p

În urma contestației admise (înregistrată cu nr. 527/07.07.2026), baremul se completează astfel: tezele care interpretează cerința în sensul studiului continuității lui g în $(0,0)$ se punctează conform baremului de mai sus; în cazul interpretării alternative din contestație, în sensul studiului continuității derivatelor parțiale ale lui g în $(0,0)$, cele 0,75 puncte se acordă astfel:

determinarea domeniului derivatei parțiale a lui g în raport cu x 0,25p

determinarea domeniului derivatei parțiale a lui g în raport cu y 0,25p

studiul continuității derivatelor parțiale ale lui g în $(0,0)$ 0,25p

$\frac{\partial g}{\partial x}(0,0) = 0$ (definiție + valoare) 0,125+0,125p

$\frac{\partial g}{\partial y}(0,0) = 0$ (definiție + valoare) 0,125+0,125p

Calculul $U(x,y) = \frac{g(x,y) - g(0,0) - T(x,y)}{\|(x,y)\|}$, unde $T(x,y) = (0,0)$ 0,5p

Determinarea unui șir $z_n \rightarrow (0,0)$ cu $\lim_{n \rightarrow \infty} U(z_n) \neq 0$ 0,5+0,5p

Subiectul 3 (Geometrie). Oficiu 1p

(a) Calculul vectorului viteză $c'(t)$ 0,5p

Calculul normei $\|c'(t)\| = \sqrt{2(1+a^2)}$, deci t nu e parametru natural 0,5p

(b) Calculul unghiului dintre $w = (w_1, w_2, w_3)$ și $c'(t)$ 1p

$$\cos \theta(t) = \frac{a(w_2 - w_3) + (w_2 + w_3) \cos t - \sqrt{2} w_1 \sin t}{\|c'(t)\| \cdot \|w\|}$$

Unghiul θ constant $\Rightarrow w_1 = 0, w_3 = -w_2$ 0,5p

Se poate considera $w = \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$: $\cos \theta = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$ 0,5p

(c) Calculul $c(0), c'(0), c''(0), c'(0) \times c''(0)$ 1p

Planul osculator (pentru $t = 0$): $\pi_0: (a-1)y + (a+1)z = 0$ 1p

$O \in \pi_0, \text{dist}(O, \pi_0) = 0$ 0,5p

(d) Direcția normală planului osculator într-un punct arbitrar 1p

$$c' \times c'' = \left(-2a \sin t, \sqrt{2}(a \cos t - 1), \sqrt{2}(a \cos t + 1)\right)$$

Condiția $\pi_0 \parallel xOy$: $a \sin t = 0, a \cos t = 1$ 1p

Deducem $a = \pm 1$ și $t = 0$ sau $t = \pi$ (modulo 2π) 0,5p

(e) Calculul torsiei $\tau = -\frac{a}{\sqrt{2}(1+a^2)}$; concluzie: $a = 0$ valoare exclusă din ipoteză 1p

Subiectul 4 (Informatică). Oficiu 1p

Structura generală a programului, corectitudine cod, declarații de variabile, apeluri de funcții 1p

Citirea datelor de intrare, lucrul cu fișiere 1p

(a) Implementare `nrZileTempMax` 1p

(b) Implementare `sortareTemperaturi` 2p

(c) Implementare `cautaBinarTemperatura` 2p

(d) Implementare `lungimeMaximaIntervalTemperaturiStabile` 2p

Notă. Orice altă soluție corectă se punctează corespunzător.